Литература

[А.А. Лучин «Подогреватели катодов ЭВП (теория и технология)», Москва, изд. ««ЦНИИ «Электроника»» 1991 г. стр. 37-41; 74-76]

К вопросу о несостоятельности с математической точки зрения традиционного метода определения эмиссионной неоднородности из результатов эмиссионных испытаний

С.В. Королев
Москва, «ВЭИ филиал РФЯЦ ФГУП ВНИИТФ им. Забабахина Е.И.»
Красноказарменная ул., д. 12, e-mail: svulm@list.ru

Показано, что традиционный метод определения эмиссионной неоднородности, связанный с двойным дифференцированием вольт-амперных характеристик, описываемых интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода, с математической точки зрения являются несостоятельным, поскольку не учитывает некорректность задачи. Некорректность задачи связана с неоднозначностью решения обратной задачи описываемой уравнением Фредгольма 1-го рода и большой обусловленностью матрицы перехода от экспериментальных результатов к искомым величинам. Предложен метод определения эмиссионной неоднородности из результатов эмиссионных измерений, учитывающий некорректность задачи. Метод базируется на работах академика А.Н. Тихонова посвященных решению некорректных задач. Методом Монте-Карло доказана сходимость предложенного решения к точному решению при погрешности исходной информации, стремящейся к нулю. Приведены результаты применения предложенного метода для определения функции распределения работы выхода для ряда эмиссионных материалов.

On the issue of insolvency from the mathematical point of view of the traditional method of determining emission in homogeneity from the results of emission testing. S.V. Korolev. *It is shown that the traditional methods of determining the emission inhomogeneity associated with the double differentiation of the volt-ampere characteristics described by the Fredholm integral equation of the 1st kind are mathematically invalid, since they do not take into account the inaccuracy of the problem. The inaccuracy of the problem is associated with the ambiguity of the solution of the inverse problem described by Fredholm equation of the 1st kind and the large dependence of the transition matrix from experimental results to the desired values. The method of determination of emission inhomogeneity from the results of emission measurements, taking into account the inaccuracy of the problem, is proposed. The method is based on the works of the academician A. N. Tikhonov devoted to the solution of ill-posed problems. The convergence of the proposed solution to the exact solution with the error of the initial information tends to zero is proved by the Monte Carlo method. The results of applying the proposed method to determine the distribution function of the work function of the number of emissive materials.*

Анализ многочисленных научных публикаций [1-5] показывает −успешное функционирование СВЧ устройств, используемых в радиолокации и радионавигации, приемо-передающих устройств космической связи зависит от эмиссионной неоднородности материалов, используемых в этих устройствах. Очевидна необходимость разработки оперативных методов определения статистичес-ких функций распределения эмиссионной неоднородности, позволяющих контролировать качество вакуумных и плазменных и твердотельных СВЧ устройств на всех этапах их производства и эксплуатации.

Можно показать [1,2], что вольтамперные характеристики изделий электроники описываются уравнением Фредгольма 1-го рода:

$$j(u)=\int_{-\infty}^{+\infty} K(u,\varphi,T)\cdot f(\varphi)\cdot d\varphi \qquad (1)$$

Где $K(u,\varphi,T)$ - ядро интегрального уравнения, зависящее от вида диагностируемого объекта:

Термоэлектронная эмиссия $K(u,\varphi,T)=\min\left(p\cdot u^{3/2},120.4\cdot T^2\cdot\exp\left(-\dfrac{e\varphi+c\sqrt{u}}{\kappa T}\right)\right);$

Автоэлектронная эмиссия $K(u,\varphi,T)=\dfrac{e^2\cdot(u\varphi)^2}{8\pi\varepsilon\cdot t^2(u\varphi,\varepsilon)}\cdot\exp\left[-\dfrac{8\pi\sqrt{2\cdot m\cdot\varepsilon^3}}{3h\cdot e\cdot u\cdot\varphi}\theta(u\varphi,\varepsilon)\right]$

$f(\varphi)$ – статистическая функция распределения (для вакуумной электроники − работа выхода)

Если эмиссионная поверхность однородна, с работой выхода φ_0, то $f(\varphi)=\delta(\varphi-\varphi_0)$

Где $\delta(x)$ − дельта функция Дирака

$$\delta(x)=\begin{cases}\infty, & x=0\\ 0, & x\neq 0\end{cases},\quad \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x)dx=1 \quad \text{и} \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)\cdot\delta(x-y)dx=\psi(y)$$

При фиксированной температуре

$$j(u_i,\varphi_j)=\int_{-\infty}^{+\infty}K(u_i,\varphi)\cdot\delta(\varphi-\varphi_j)d\varphi=K(u_i,\varphi_j)\Rightarrow j(u_i,\varphi_j)=K(u_i,\varphi_j)$$

Поэтому, выборка из вольтамперной характеристики (экспериментальные результаты) – это, с математической точки зрения, матричное уравнение при двух заданных значениях параметров, например работы выхода и напряжения

$$\begin{bmatrix} j_1(u_1)\\ \cdots\\ j_n(u_n)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K_{11}(u_1,\varphi_1) & \cdots & K_{1m}(u_1,\varphi_m)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ K_{n1}(u_n,\varphi_1) & \cdots & K_{nm}(u_n,\varphi_m)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} f(\varphi_1)\\ \cdots\\ f(\varphi_m)\end{bmatrix}\Delta\varphi\Rightarrow |j|=|K|\cdot|f|$$

Традиционно полагается, что путем численного, двойного дифференцирования ВАХ можно определить статистическую функцию распределения эмиссионной неоднородности [1-5]:

$$f(j)=-A\frac{d^2 j}{d\left(\sqrt{u}\right)^2}$$

Однако попытка воспроизвести данную методику дала неожиданный результат. Для моделирования традиционной методики определения эмиссионной неоднородности была априорно задана функция распределения работы выхода (ФРРВ) (левый рисунок), по ней рассчитывалась модельная вольт-амперная характеристика (1) (центр рис. 1). И далее, с помощью двойного численного дифференцирования определялись эмиссионная неоднородность.

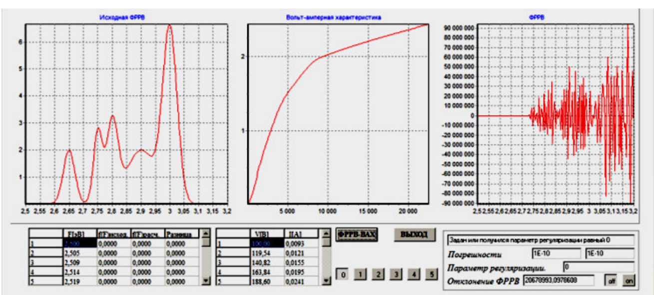


Рис. 1. Моделирование процесса определения функции распределения.

Результат моделирования показал невозможность получения с помощью традиционной методики достоверного результата. С математической точки зрения такое поведение решения задачи указывает на её некорректность, связанную с неоднозначностью решения обратной задачи, описываемой интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода [6], и с высокой обусловленностью оператора перехода от экспериментальных результатов к искомым величинам [7].

Можно показать**,** что так как, в самом общем случае, ошибки могут быть как в матрице перехода от искомых данных к экспериментальным результатам, так и в векторе левой части, то соответствующая оценка погрешности решения определения ФРРВ $f(\varphi)$ имеет вид [7]:

$$\frac{\left\|\Delta f(\varphi)\right\|_V}{\left\|f(\varphi)\right\|_V} \le \frac{cond(K)}{1-cond(K)\cdot\dfrac{\left\|\Delta K\right\|_M}{\left\|K\right\|_M}}\cdot\left(\frac{\left\|\Delta K\right\|_M}{\left\|K\right\|_M}+\frac{\left\|\Delta I\right\|_M}{\left\|I\right\|_M}\right) \quad (2)$$

Где $cond\,(K)$ − обусловленность матрицы $cond(K)=\left\|K\right\|_M\cdot\left\|K^{-1}\right\|_M$

$\left\|K\right\|_M$ − согласованная норма матрицы.

При бесконечной норме обусловленность имеет величину порядка $cond_{inf}\simeq 4\cdot 10^{21}$,
При этом, согласованной с ней бесконечная векторная норма равна $\left\|f(\varphi)\right\|_\infty=\max_{1\le i\le m}\left|f(\varphi_i)\right|$

Очевидно, если погрешность может достигать величины (2), то учитывая, что

$$cond(K)\cdot\left(\frac{\left\|\Delta I\right\|_M}{\left\|I\right\|_M}\right) \le \frac{cond(K)}{1-cond(K)\cdot\dfrac{\left\|\Delta K\right\|_M}{\left\|K\right\|_M}}\cdot\left(\frac{\left\|\Delta K\right\|_M}{\left\|K\right\|_M}+\frac{\left\|\Delta I\right\|_M}{\left\|I\right\|_M}\right)$$

то в качестве заниженной оценки погрешности можно использовать неравенство

$$\frac{\left\|\Delta f(\varphi)\right\|_V}{\left\|f(\varphi)\right\|_V} \le cond(K)\cdot\left(\frac{\left\|\Delta I\right\|_M}{\left\|I\right\|_M}\right) \to \frac{\left\|\Delta f(\varphi)\right\|_V}{\left\|f(\varphi)\right\|_V} \le 4\cdot 10^{21}\cdot\left(\frac{\left\|\Delta I\right\|_M}{\left\|I\right\|_M}\right)$$

Лучшие, на сегодняшний день, АЦП, используемые при регистрации ВАХ, имеют 24 двоичных разряда. Относительная погрешность таких АЦП $\frac{\max_{1\le i\le m}|\Delta I_i|}{\max_{1\le i\le m}|I_i|}\approx 2^{-23}\approx 1.2\cdot 10^{-7}$

$$\frac{\left\|\Delta f(\varphi)\right\|_V}{\left\|f(\varphi)\right\|_V} \le 4\cdot 10^{21}\cdot 1.2\cdot 10^{-7}=4.8\cdot 10^{14} \quad (3)$$

Таким образом, относительная погрешность определения эмиссионной неоднородности традиционным методом <u>может достигать</u> <u>величины</u> $4.8\cdot 10^{14}$. Поэтому, традиционный метод определение эмиссионной неоднородности [1-5] с помощью двойного численного дифференцирования, *с математической и практической точек зрения является не состоятельным*.

Корректный метод диагностики. В данной работе, в отличие от традиционного метода, предлагается алгоритм определения эмиссионной неоднородности и распределения <u>работы</u> выхода лишённый указанного недостатка. При этом предполагается, что точное решение $\overline{\boldsymbol{f(\varphi)}}\in \boldsymbol{W_2^1}(-\infty,\infty)$, и оператор A преобразования $\boldsymbol{j=Af}$ непрерывен и взаимно однозначен. Далее, предполагалось, что вместо точных значений величины токоотбора $\boldsymbol{j(u)}$ известно его приближенное значение $\boldsymbol{j_\delta(u)}$:

$$\left\|j(u)-j_\delta(u)\right\|_{L^2}=\int_{U_{\min}}^{U_{\max}}\left(j(u)-j_\delta(u)\right)^2 du=\delta^2$$

Кроме того, известно, что из-за погрешности регистрации напряжения ядро уравнения содержит погрешность, т.е. вместо точного значения ядра K известно его приближенное значение K_h

$$\left\|K-K_h\right\|_{L_2}^2=\int\limits_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}}\int\limits_{u_{\min}}^{u_{\max}}\left[K(u,\varphi)-K_h(u,\varphi)\right]^2 d\varphi du=h^2$$

В соответствии с рекомендациями, данными в работе Тихоновым А.Н. [7], функция распределения работы выхода $f(\varphi)$ (эмиссионная неоднородность) ищется, как результат минимизации функционала Тихонова (5) на положительно определенных, ограниченных множествах

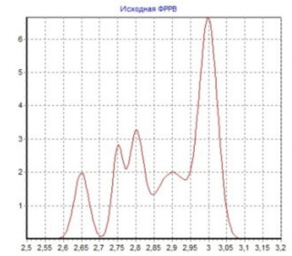
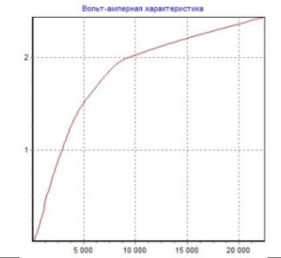
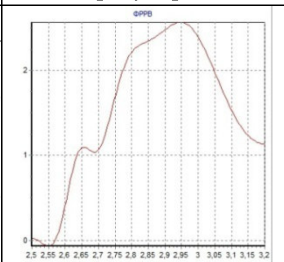
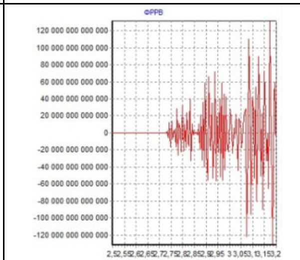
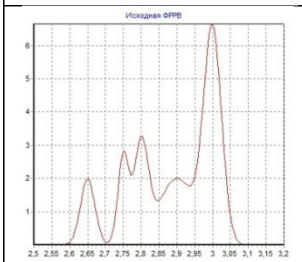
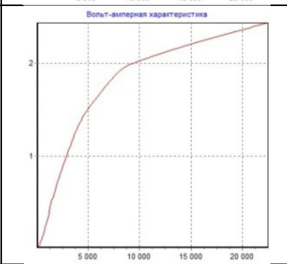
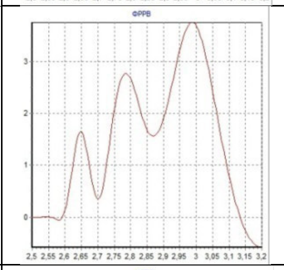
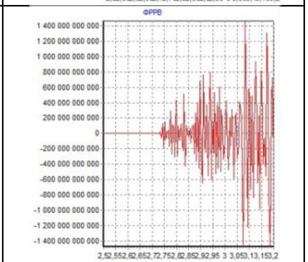
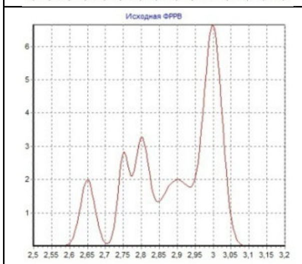
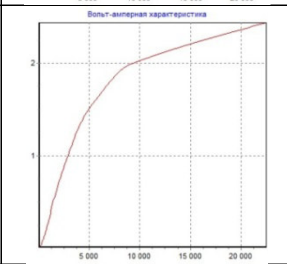
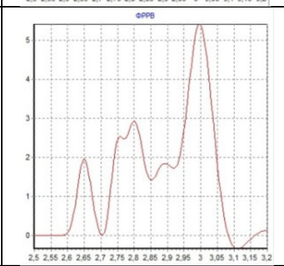
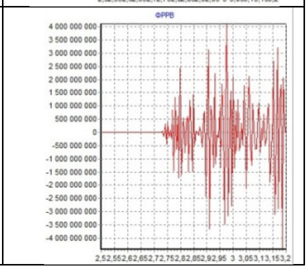
$$\vartheta=\int\limits_{U_{\min}}^{U_{\max}}\left\{\int\limits_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}}K_h\left(u,\varphi\right)\cdot f\left(\varphi\right)d\varphi-j_\delta\left(u\right)\right\}^2 du+\alpha\cdot\int\limits_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}}\left\{f^2\left(\varphi\right)+\left[f^{'}(\varphi)\right]^2\right\}d\varphi \quad (5)$$

где $j_\delta(u)$ - экспериментальные значения токоотбора;
Ядру K_h соответствует приближенный оператор, причем $\|K_h-K\|\leq h$
$f(\varphi)\geq 0,\ f^{'}(\varphi)$- искомая функция распределения вместе со своей производной;
α - параметр регуляризации, определяемый по обобщенной невязке:

$$\rho_\eta\left(\alpha\right)=\int\limits_{u_{\min}}^{u_{\max}}\left\{\int\limits_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}}\left[K_h\left(u,\varphi\right)\cdot f\left(\varphi\right)d\varphi-j_\delta\left(u\right)\right]^2 d\varphi\right\}du-\left\{\delta+h\cdot\int\limits_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}}\left\{f^2\left(\varphi\right)+\left[f^{'}(\varphi)\right]^2\right\}d\varphi\right\}^2=0$$

В таблице 1 показаны результаты моделирования методом Монте-Карло процесса определения эмиссионной неоднородности методом регуляризации и традиционным методом для ряда значений разрядности АЦП. Сравнение результатов определения функции распределения работы выхода из ВАХ выше указанными методами для ряда разрядностей регистрирующей аппаратуры доказывает сходимость решения к точному в методе регуляризации и отсутствие сходимости традиционного метода.

Таблица 1.

Априорная ФР	ВАХ		Метод регуляризации	Традиционный метод
		DL=10^{-6}, H=10^{-4} 13бит		
		DL=10^{-8}, H=10^{-6} 20 бит		
		DL=10^{-10}, H=10^{-8} 27 бит		

В таблице 2 приведены результаты определения влияния разрядности регистрирующей аппаратуры на погрешность определения ФРРВ для метода регуляризации и традиционного метода. Для традиционного метода приведены результаты расчетов (столбец “теория”) и статистического моделирования (столбец “моделир”).

Таблица 2

n		*С учетом некорректности*		*Без учета некорректности*			
				S_1		S_2	
$\frac{1}{2^n-1}$	*n*	S_1	S_2	Моделир.	Теория	Моделир.	теория
$1.0 \cdot 10^{-8}$	27 bit	0,97	0,29	$4 \cdot 10^{9}$	$8.5 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^{9}$	$4 \cdot 10^{13}$
$1.2 \cdot 10^{-7}$	23 bit	1,43	0,51	$1 \cdot 10^{11}$	$8.5 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^{14}$
$1.0 \cdot 10^{-6}$	20 bit	2,96	0,69	$1,4 \cdot 10^{12}$	$8.5 \cdot 10^{13}$	$3,4 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^{15}$
$1.5 \cdot 10^{-5}$	16 bit	3,60	0,82	$1,4 \cdot 10^{13}$	$8.5 \cdot 10^{14}$	$3,2 \cdot 10^{12}$	$4 \cdot 10^{16}$

$$S_1 = \max_{i=1,2,\dots n} \left| f(\varphi_i) - f_\delta(\varphi_i) \right|; \quad S_2 = \left\| f(\varphi) - f_{\delta,h}(\varphi) \right\|_{L_2}^2 = \sqrt{\int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \left[f(\varphi) - f_{\delta,h}(\varphi) \right]^2 d\varphi}$$

Результаты доказывают – метод регуляризации Тихонова позволяет получить однозначное решение задачи определения эмиссионной неоднородности из результатов эмиссионных испытаний, сходящейся к точному, при погрешности исходной информации стремящейся к нулю.

При этом, для получения точного решения в диапазоне 1 эВ с помощью предлагаемого метода, разрядность аппаратуры должна быть порядка АЦП 24-27 бит.

Метод был использован при исследовании эмиссионной неоднородности ряда термоэмиссионных материалов. В работе эмиссионно-спектральным методом исследован процесс активирования барий никелевого прессованного оксидного эмиссионного материала.

Активирование состояло в выдержке эмиттера при температуре 1250*K* в течение 4-х часов при давлении $1 \cdot 10^{-7}$ тор. В процессе активирования периодически регистрировалась эмиссионная характеристика и определялись эмиссионная неоднородность и распределение работы выхода.

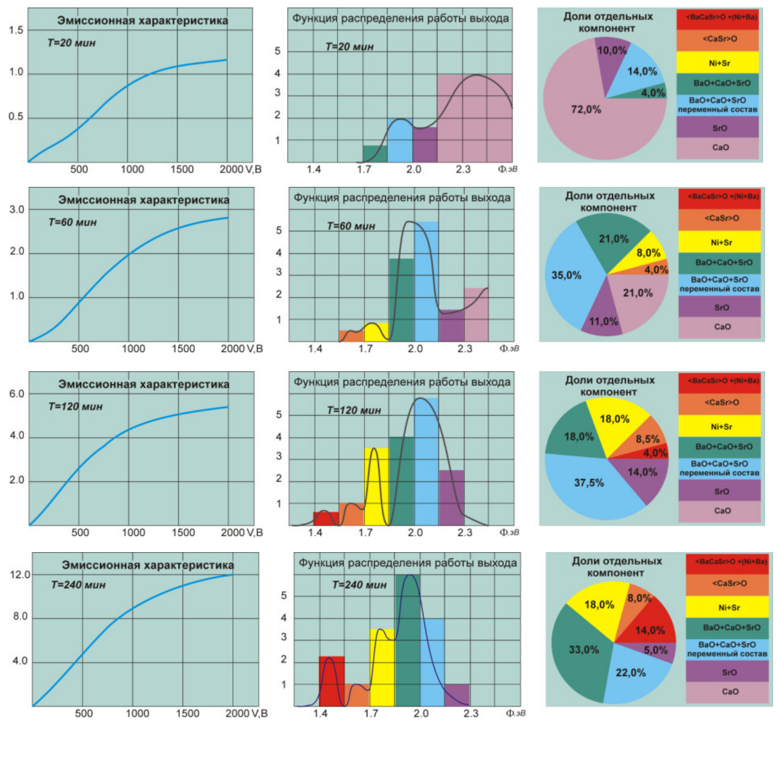


Рис. 3 Активирование Ba-Ni эмиссионного материала.

Картина изменения эмиссионных характеристик и ФРРВ показанная на рис.3. имеет многомодальный характер. Характерные пики – это пики 1.45eV, 1.62eV, 1.72 eV, 1.92 eV.пик 1.45 eV –⟨BaSrCa⟩O и пленка Ba на Ni; пик 1.62 eV-⟨SrCa⟩O; пик 1.72 eV-пленка Sr на Ni и отдельные кристаллы Ba, пик 1.92 eV-смесь окислов CaO+SrO+BaO; пик- 2.22 eV-SrO; пик 2.50 eV-CaO

Результаты распространены на автоэмиссионную электронику (определение статистических функций распределения форм фактора и работы выхода многоострийных автоэмиссионных структур), плазменную электронику (определение функций распределения ионов и электронов методом Ленгмюра), полупроводниковые приборы и другие методы диагностики связанных с определением статистических функций распределения из вольт-амперных характеристик.

Литература

1. Ходкевич С.П., Киселев А.Б. Низкочастотные шумы и эмиссионная неоднородность окислов щелочноземельных металлов // Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ.1972.В.
2. Hasker J.and Van Hijngen N.C.J. Cathode and scaling properties related to the shape of current voltage characteristics // Applied Surface Science. –1985.– v24.P.318–329.
3. Самсонов Д. Б. Низкочастотные колебания пространственного заряда и их влияние на характеристики винтового электронного потока и параметры гиротронов. Автореферат дис. на соискание ученой степени к.ф.м.н. Код специальности ВАК: 01.04.04 С-П. 2008 29 с.
4. Глявин М.Ю. Гиротроны для технологических комплексов и диагностических систем. Автореферат. СП-б.:-2009.
5. Шаповалов А.С. Исследование особенностей трансформации флуктуаций в радиоэлектронных системах СВЧ с повышенным уровнем собственных шумов. Автореферат — Саратов.:-2002,
6. Тихонов А.Н., Гласко В.В. О приближенном решении уравнения Фредгольма 1-го рода //ЖВМ и МФ.– 1964. –Т.4,№3.
7. Дж. Форсайт, К. Молер Численное решение систем линейных алгебраических уравнений «Мир» Москва 1969.