## Расчет быстроты действия безмасляных спиральных вакуумных насосов

## А.В. Бурмистров, С.И. Саликеев, А.А. Райков, В.А. Аляев, Р.Р. Якупов Казань, ФГБОУ ВО «КНИТУ», ул. К.Маркса, 68 e-mail:burm@kstu.ru

Рассматривается математическая модель безмасляной спиральной машины, работающей в условиях вакуума. Представлены дифференциальные уравнения и основные допущения, используемые в модели. Выделяется четыре вида контрольных объемов. Модель учитывает теплообмен между рабочими элементами насоса, подвижность стенки спирального элемента при расчете перетеканий, а также изменение зазоров за счет тепловых деформаций. Проведено сопоставление расчетных значений быстроты действия насоса с экспериментальными данными, полученными при различных частотах вращения приводного вала.

Calculation of pumping speed of oil free scroll vacuum pumps. A.V. Burmistrov, S.I.Salikeev, A.A. Raykov, V. A. Alyaev. Mathematical model of oil free scroll machine working in vacuum is considered. Differential equations and main assumptions used in the model are presented. Four types of test volumes are presented. The model takes into account heat exchange between working elements of the pump, mobility of the scroll element wall for flow calculation and variation of clearances due to thermal deformations. Comparison of calculated pumping speed with experimental data at different rotation speeds of the driveshaft is carried out.

Опыт создания и эксплуатации безмасляных откачных систем среднего и высокого вакуума показывает, что в XXI веке в качестве форвакуумных насосов и насосов предварительного разрежения в подавляющем большинстве случаев используются механические бесконтактные насосы, а именно спиральные, винтовые, кулачково-зубчатые, а также агрегаты на базе машин типа Рутс.

Насос вакуумный спиральный (HBCn), обладая по сравнению с другими «сухими» вакуумными насосами целым рядом достоинств, такими как: чрезвычайно высокая степень повышения давления, достигаемая за счет малых перетеканий между полостями всасывания, малые потери на всасывании и низкое энергопотребление.

В России производство НВСп началось только в 2016 году и номенклатура выпускаемых насосов требует расширения. Разработка новых НВСп и повышение удельных характеристик существующих возможно лишь на основе надежной математической модели рабочего процесса, позволяющей проводить сравнительную оценку влияния тех или иных факторов, в том числе формы спиралей, зазоров и т.д., на параметры НВСп. Ведущие зарубежные производители, занимающиеся разработкой и производством насосов и компрессоров, не раскрывают расчетные методики, по которым проводится проектирование, выбор и оптимизация рабочих элементов. Поэтому работа, направленная на создание математической модели НВСп, позволяющей прогнозировать откачные параметры при изменении геометрических размеров спиралей, частоты вращения приводного вала, давления, температуры и молекулярной массы газа, является актуальной.

Разработке математических моделей спирального механизма, работающего в режиме спирального компрессора (СК) [1-3].

Основным фактором, определяющим отличия моделей НВСп от моделей СК, является разреженная среда в рабочих полостях и зазорах и, как следствие, необходимость корректировки уравнений, описывающих течение газа в каналах, теплообмен, потери на входе и выходе и т.д.

Рассмотрим основные положения математической модели спирального насоса, схема которого представлена на рис.1.



Рис. 1. Схема HBCn. 1 – подвижная спираль, 2 – неподвижная спираль, 3 – патрубок входа, 4 – окно нагнетания; 5 – условная поверхность разделения объемов  $V_{BX}$  и  $V_{BC}$ 

Моделирование рабочего процесса осуществляется методом контрольных объёмов. В разрабатываемой математической модели НВСп выделяется четыре вида контрольных объёмов: внутренняя полость спирального насоса, объём всасывания, объём сжатия, объём нагнетания.

Внутренняя полость спирального насоса  $V_{BX}$ , в которую газ поступает через патрубок всасывания. Выделение данного объёма, позволяет учесть подогрев газа, поступающего на всасывание и сопротивление входного тракта.

При орбитальном вращении подвижного спирального элемента между спиралями образуются две замкнутые серповидные полости, газ в которых перемещаются от периферии к центру. Этот процесс начинается с формирования объёмов всасывания, рост которых происходит при движении спирали. Выделение этих объёмов позволяет моделировать процесс всасывания и учесть сопротивление канала, образованного начальными участками спиралей около плоскости

В момент замыкания полостей полости между вогнутой стороной подвижной спирали и выпуклой стороной неподвижной формируется первый (внутренний) отсеченный объем  $V_{OTC1}$  (рис.1а). Через полоборота после этого будет образован второй (внешний) отсечённый объём  $V_{OTC2}$  (рис.1б). Отметим, что  $V_{OTC1} < V_{OTC2}$ . Суммарный объём этих полостей определяет геометрическую быстроту действия насоса, т. е.

$$S_{\Gamma} = (V_{OTC1} + V_{OTC2})n, \qquad (1)$$

где *п* – частота вращения приводного вала.

В следующий момент отсеченные полости трансформируются в полости сжатия  $V_{C\mathcal{K}1}$  и  $V_{C\mathcal{K}2}$ , которые постепенно уменьшают свой объём при движении к центру.

В конце процесса сжатия происходит объединение парных полостей и внутренней полости в окрестности окна нагнетания с формированием единой полости нагнетания  $V_{HAF}$ . Процесс нагнетания, начинающийся в момент отрыва внешней поверхности подвижной спирали от внутренней поверхности неподвижной и сообщения полости с отверстием нагнетания и имеет угловую продолжительность  $2\pi$ .

В математической модели рабочего процесса НВСп приняты следующие допущения: рабочая среда рассматривается как идеальный газ; изменение параметров газа под влиянием внешних факторов в пределах каждой полости происходит мгновенно; газодинамические потери на трение газа о стенки рабочих полостей не учитываются; параметры газа перед всасывающим и за нагнетательным патрубками постоянны; колебания давления во всасывающем и нагнетательном патрубках в процессе работы насоса не учитываются; неравномерность орбитального движения подвижного спирального элемента под воздействием изменяющегося давления в рабочих полостях насоса пренебрежимо мала. Для моделирования используется система дифференциальных уравнений, описывающих параметры газа, которая была предложена в работах [4, 5] и с успехом использовалась для объемных машин, работающих в условиях вакуума [6, 7].

Для объема сжатия дифференциальные уравнения, описывающие изменение давления и температуры газа можно записать в виде

$$\frac{dP_{C\mathcal{K}}}{d\varphi} = \frac{k-1}{\omega \cdot V_{C\mathcal{K}}} \cdot \begin{pmatrix} Q_T + M_{BX \to C\mathcal{K}} h_{BX} - M_{C\mathcal{K} \to BX} h_{C\mathcal{K}} + M_{HA\Gamma \to C\mathcal{K}} h_{HA\Gamma} - M_{C\mathcal{K} \to HA\Gamma} h_{C\mathcal{K}} + M_{C\mathcal{K}+2\pi \to C\mathcal{K}} h_{C\mathcal{K}+2\pi} - h_{C\mathcal{K}} + M_{C\mathcal{K}-2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}-2\pi} h_{C\mathcal{K}} - \omega \frac{k}{k-1} \cdot P_{C\mathcal{K}} \frac{dV_{C\mathcal{K}}}{d\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\frac{dT_{C\mathcal{K}}}{d\varphi} = \frac{(k-1)T_{C\mathcal{K}}}{\omega P_{C\mathcal{K}} V_{C\mathcal{K}}} \begin{pmatrix} Q_T + \frac{k-1}{k} (M_{BX \to C\mathcal{K}} + M_{HA\Gamma \to C\mathcal{K}} + M_{C\mathcal{K}+2\pi \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} + M_{C\mathcal{K}-2\pi \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} + M_{C\mathcal{K}-2\pi \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}-2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}-2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} + M_{C\mathcal{K}-2\pi \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}-2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}-2\pi} - M_{C\mathcal{K}} + M_{C\mathcal{K}+2\pi \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} + M_{C\mathcal{K}-2\pi \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}+2\pi} - M_{C\mathcal{K} \to C\mathcal{K}-2\pi} - M_{C\mathcal{K}} + M_{C\mathcal{K}+2\pi} - M_{C\mathcal{$$

где V – текущий объем рабочей полости,  $\omega$  – угловая скорость, M – секундные приход и расход газа; h – энтальпия притекающего и утекающего газа;  $Q_T$  – тепловой поток за счет охлаждения или подогрева газа; k – показатель адиабаты;  $\varphi$  – угол поворота приводного вала; индексы соответствуют полостям, между которыми происходят перетекания:  $HA\Gamma$  – объем нагнетания, BX – условия в объеме  $V_{BX}$ ,  $C\mathcal{K}$  – объем сжатия,  $C\mathcal{K} + 2\pi$ ,  $C\mathcal{K} - 2\pi$  – следующий и предыдущий объемы.

За начальный угол  $\varphi = 0$  принимается положение роторов за один оборот до образования отсеченной полости. Таким образом, данное уравнение описывает состояние газа в трех последовательно образовывающихся полостях:  $V_{BC}$  при  $0 \le \varphi < 2\pi$ ,  $V_{OTC}$  при  $\varphi = 2\pi$  и  $V_{CK}$  при  $2\pi < \varphi < \varphi_{HAF}$ , где  $\varphi_{HAF}$  – угол начала нагнетания.

Массовые расходы за счет перетеканий между полостями существуют в зависимости от углов поворота ротора:  $M_{BX\leftrightarrow C\mathcal{K}}$  при  $0 \le \varphi < 2\pi$ ,  $M_{C\mathcal{K}-2\pi\leftrightarrow C\mathcal{K}}$  при  $2\pi \le \varphi < \varphi_{HA\Gamma}$ ,  $M_{C\mathcal{K}+2\pi\leftrightarrow C\mathcal{K}}$  при  $0 \le \varphi < \varphi_{HA\Gamma} - 2\pi$ ,  $M_{HA\Gamma\rightarrow C\mathcal{K}}$  при  $\varphi_{HA\Gamma} - 2\pi \le \varphi < \varphi_{HA\Gamma}$ 

Объемы каждой из полостей рассчитываются как произведение высоты спирали на площадь этой полости, получаемую численным методом с использованием формулы Грина.

Аналогичные системы уравнений записываются для полостей всасывания и нагнетания.

Расчёт ведется методом последовательных приближений. Перед началом расчёта задаются предварительные зависимости давления и температуры в рассматриваемых полостях от угла поворота приводного вала. Для объёма всасывания давление и температура принимаются постоянными и равными параметрам на входе. Для объёма нагнетания параметры также постоянны и равны параметрам на выходе. Для объёма сжатия параметры задаются кусочно-линейной функцией.

При расчёте следующего приближения в систему уравнений в качестве начальных условий подставляются параметры газа, полученные в результате решения на предыдущей итерации. Условием сходимости расчёта является отличие диаграмм давления и температуры предыдущего приближения от диаграмм последующего приближения менее чем на 1Па и 1К соответственно.

Используя значения давлений и температур, полученных в результате решения систем дифференциальных уравнений, находится разность массы газа, попавшего в насос, и перетекшего обратно в откачиваемый объём за один оборот

$$m_{BX} = \int_{0}^{2\pi} (M_{BX \to C\mathcal{K}} - M_{C\mathcal{K} \to BX}) \cdot d\varphi.$$
(3)

Быстрота действия НВСп рассчитывается согласно выражению

$$S_{BX} = \frac{m_{BX} R_{\Gamma} T_{BX}}{P_{BX}} n , \qquad (4)$$

где  $R_{\Gamma}$  – газовая постоянная.

Основная сложность при моделировании рабочего процесса любой бесконтактной машины – расчет перетеканий газа через щелевые каналы между полостями. Причем как показали численные и натурные эксперименты лишь при давлениях выше 10кПа подвижность стенок каналов можно не учитывать. Поэтому здесь использовались уравнения для каналов переменного сечения с неподвижными стенками, предложенные в работах [6, 8]. А вот при большем разрежении невозможно получить согласие расчета и эксперимента без учета подвижности. Поэтому для давлений ниже 10кПа было проведено моделирование течения газа в каналах с движущимися стенками в программном комплексе ANSYS-FLUENT [9] и получен массив данных, определяющих перетечки для каждого положения поворота приводного вала в ожидаемом диапазоне давлений. Далее при расчете использовались методики расчета проводимости, изложенные в работах [7, 10].

Расход через входной и выходной патрубки определялся по уравнению адиабатного истечения с поправкой, вводимой с помощью коэффициент расхода [11].

Для определения коэффициентов расхода также были проведены численные эксперименты, на основе которых были получены апроксимирующие зависимости. Как показали расчёты, влияние сопротивления патрубков на характеристики насоса незначительно.

Математическая модель учитывает процесс теплообмена рабочего тела со спиральными элементами. Для этого в критериальных уравнениях конвективного теплообмена между рабочим телом и спиральным элементом, представленных в работе [12], учитывается разрежение газа.

При расчёте теплообмена в щелевых каналах, было принято допущение, что температура газа после щели принимает среднюю температуру стенок. Данное допущение подтверждено численным моделированием в пакете ANSYS-FLUENT, а также натурными экспериментами [13]. Для учёта этого эффекта рассчитывался дополнительный тепловой поток между газом и стенками в зазорах

$$dq = M \cdot c(t_2 - t_1) d\tau, \qquad (5)$$

где M – масса газа, перетекающая через зазор, c – теплоёмкость газа,  $t_1$ ,  $t_2$  – температура газа на входе и выходе из зазора соответственно. Данный тепловой поток распределялся между стенками пропорционально разностям температуры стенки и температуры газа на входе в канал.

Учитывая сложность геометрической формы спиральных элементов, их температура определялась методом конечных элементов, который реализован в программном комплексе «ANSYS». Это позволяло определить температуру в каждой точке спирали [14, 15].

Верификация математической модели проводилась путем сопоставления с экспериментальными данными, полученными при испытаниях безмасляного спирального насоса НВСп-12. Это насос с односторонней однозаходной эвольвентной спиралью производства АО «Вакууммаш» (г.Казань) [16,17]. Расчетные зависимости быстроты действия от давления на входе для различных частот вращения приводного вала в сопоставлении с экспериментом представлены на рис.2.

Результаты расчётов быстроты действия, полученные для семи частот вращения приводного вала, согласуются с экспериментом в пределах 20% (рис.2). Таким образом, разработанная модель рабочего процесса НВСп может быть рекомендована для расчёта откачных характеристик спиральных вакуумных насосов.



Рис.2. Расчетная и экспериментальная быстрота действия НВСп-12.

## Литература

- 1. Паранин Ю.А. Совершенствование метода расчета рабочего процесса спирального компрессора сухого сжатия с использованием результатов экспериментальных исследований. Автореферат дис. ... кандидата технических наук: 05.04.06 Казань, 2011. 254 с.
- 2. Ибрагимов Е.Р. Повышение эффективности спирального компрессора сухого сжатия. Автореферат дис. ... кандидата технических наук: 05.04.06 Казань, 2009. 136 с.
- 3. Косачевский В.А. Разработка метода расчета и анализ рабочего процесса спиральных компрессоров. Автореф. дис...канд. техн. наук: 05.04.06. С-Петербургский гос. техн. унт. – С-Петербург, 1998. – 188 с.
- 4. Мамонтов, М. А. Вопросы термодинамики тела переменной массы / М. А. Мамонтов. Тула: Приокское книжн.изд-во, 1970. 87 с.
- 5. Фотин, Б. С. Рабочие процессы поршневых компрессоров: автореф. дис. д ра техн. наук / Б. С. Фотин. Л., 1974. 34с.
- 6. Саликеев, С.И. Разработка и исследование кулачково-зубчатого вакуумного насоса: дис. канд. техн. наук / С.И. Саликеев; КГТУ. Казань, 2005. 144 с.
- 7. Райков А.А. Рабочий процесс безмасляного кулачково-зубчатого вакуумного насоса: автореф. дисс. канд. техн. наук /05.04.06/ А.А. Райков; КНИТУ.-Казань, 2012.-20 с.
- Бурмистров А.В. Метод экспресс расчета проводимости щелевых каналов, образованных криволинейными стенками произвольной геометрии / А.В. Бурмистров, Л.З. Шарафиев, С.И. Саликеев, Д.Г. Караблинов, М.Д. Бронштейн // Материалы XII научно-технической конференции «Вакуумная наука и техника». М.: МИЭМ, 2005. – С.37-41.
- 9. Ansys, Inc. license file for Kazan National Research Technology University c/n 657938.
- Бронштейн, М.Д. Расчет проводимости радиальных каналов с движущимися стенками при моделировании процессов бесконтактных вакуумных насосов / М.Д. Бронштейн, А.А. Райков, А.В. Бурмистров, С.И. Саликеев, Р.Р. Якупов // Компрессорная техника и пневматика. – 2017, – № 1. - С. 30-34.
- 11. Райков, А.А. Потери во входном и выходном трактах безмасляного спирального вакуумного насоса / А.А. Райков, А. В. Бурмистров, С. И. Саликеев, А.Т. Гимальтынов, Р.Р. Якупов // Известия ВУЗов. Машиностроение. 2017, № 5(686) С.45-51.
- 12. Zeyu Li Theoretical and experimental study of dry scroll vacuum pump / Zeyu Li, Liansheng Li, Yuanyang Zhao, Gaoxuan Bu, Pengcheng Shu // Vacuum. 2010, №84 C.415-421.
- Хамидуллин М. С. Разработка и исследование роторного компрессора внутреннего сжатия на основе геометрического анализа и моделирования процессов в рабочих камерах / М. С. Хамидуллин. – Дисс.канд.техн.наук. - Казань, 1992. -193.

- 14. Якупов, Р.Р. Расчёт процесса теплообмена в математической модели спирального вакуумного насоса / Р.Р. Якупов, А.А. Райков, С.И. Саликеев, А.В. Бурмистров // Материалы XVII Международной научно-технической конференции по компрессорной технике, Казань, 2017. – С. 72-78.
- 15. Райков, А.А. Моделирование тепловых деформаций спиральных элементов безмасляного вакуумного насоса / А. А. Райков, Р. Р. Якупов, С. И. Саликеев, А. В. Бурмистров // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015, № 3 (102). С.92-102.
- 16. Тюрин, А. В. Экспериментальное исследование влияния частоты вращения и радиального зазора на откачные характеристики безмасляного спирального вакуумного насоса / А. В. Тюрин, С.М. Пузанков, А. В. Бурмистров, В.А. Аляев // Материалы XXIII научнотехнической конференции «Вакуумная наука и техника» с участием зарубежных специалистов под редакцией С.Б. Нестерова. М.: НОВЕЛЛА. - 2016. – С. 56-59.
- 17. Бурмистров, А.В. Исследование характеристик типоразмерного ряда отечественных безмасляных спиральных вакуумных насосов / А.В. Бурмистров, С.И. Саликеев, В.А. Аляев, Е.Н. Капустин // Материалы XI Международной научно-технической конференции «Вакуумная техника, материалы и технология», М.: НОВЕЛЛА. 2016. С.12 16.